# 物理学 A 演習問題 #1

2025 年 4 月 17 日配布・4 月 24 日提出締切

## 1　ベクトル（力の合成・分解）

(1) $xy$ 平面上の原点 O に置かれた物体に二つの力 $\boldsymbol{F}_1 = (5,\,7)$，$\boldsymbol{F}_2 = (3,\,-2)$ がはたらいている。この物体が受ける合力 $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2$ を求め，図示し，大きさを求めよ。$\boldsymbol{F}$ が $x$ 軸となす角 $\theta$ に対して $\tan\theta$ はいくつか。

(2) $xy$ 平面上の原点 O に置かれた物体に $F = |\boldsymbol{F}| = 10\,\mathrm{N}$ の力がはたらいている。$\boldsymbol{F}$ が $x$ 軸となす角が $\pi/6$ であるとき，$\boldsymbol{F}$ の $x$ 成分と $y$ 成分を求めよ。物体の質量を $m$ とするとき，運動方程式はどのように書けるか？

## 2　三角関数・微積分（円運動）

原点 O を中心とする半径 $r$ の円周上を運動する物体の位置は，$\boldsymbol{r}(t) = (x(t),\,y(t)) = (r\cos\omega t,\,r\sin\omega t)$ と表せる。

(1) 速度 $\boldsymbol{v}(t) = \mathrm{d}\boldsymbol{r}/\mathrm{d}t = (\mathrm{d}x/\mathrm{d}t,\,\mathrm{d}y/\mathrm{d}t)$ と速さ $v = |\boldsymbol{v}|$，加速度 $\boldsymbol{a}(t) = \mathrm{d}^2\boldsymbol{r}/\mathrm{d}t^2 = (\mathrm{d}^2x/\mathrm{d}t^2,\,\mathrm{d}^2y/\mathrm{d}t^2)$ とその大きさ $a = |\boldsymbol{a}|$ を求めよ。これらはどのような向きであるか？［ヒント：$u = \omega t$ とおいて合成関数の微分法で

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}u}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = \left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}u}(r\cos u)\right] \times \omega = -r\omega\sin u = -r\omega\sin\omega t$$

のように計算すればよい］

(2) 位置と速度が直交することを示せ。［ヒント：内積 $\boldsymbol{r}(t)\cdot\boldsymbol{v}(t)$ を計算してみよ］

## 3　次元解析

ある物理量 $X$ があったとき，その次元を $[X]$ で表す。例えば，$X$ としてニュートン（記号 N）を単位とする力 $F$ を考えると，$\mathrm{N} = \mathrm{kg}\cdot\mathrm{m/s^2}$ であるので，力の次元は $[F] = [\mathrm{N}] = \mathrm{MLT^{-2}}$ である。

(1) 運動方程式

$$m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = F$$

の両辺では次元が等しいはずである。左辺の量の次元を具体的に調べることにより，このことを確認せよ。

(2) 線密度（単位長さあたりの質量）$\rho$，長さ $\ell$ の弦が大きさ $T$ の張力を受けているとき，弦の出す音の振動数 $f$ が $f = k\rho^x\ell^yT^z$ の形で表されるとする。$k$ は無次元の比例定数とする。以下の問に答えよ。

(a) 両辺の次元を比較することで，指数が満たすべき以下の連立方程式を導け。

$$\begin{cases} x \phantom{{}+y} + z = 0 \\ -x + y + z = 0 \\ \phantom{-x+y} - 2z = -1 \end{cases}$$

(b) (a) で導いた連立方程式を解くことで，$f$ の表式を求めよ。得られた結果は物理的に妥当だろうか？

**（注）**次元を $F = \mathrm{MLT^{-2}}$ とか $[F] = [\mathrm{MLT^{-2}}]$ などと書いたりする人が多いが，単位と次元の違いをはっきり区別して正しく書けるようになっておいてください。違いを述べよ・次元を書け，と試験で問われたらどうしますか？